

УДК 519.2+600.1

СТАТИСТИЧЕСКАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ЗЕМЛИ

И.И. Горбань

Институт проблем математических машин и систем НАН Украины

e-mail: igor.gorban@yahoo.com

1. Введение

Значительную часть математических моделей, используемых в системах поддержки принятия решений, составляют случайные (стохастические) модели. Эти модели базируются на предположении о статистической устойчивости характеристик и параметров физических явлений.

Следует заметить, что статистическая устойчивость – не более как гипотеза, которая, хотя и подтверждается многими экспериментами, однако не может рассматриваться как неоспоримый факт.

Видные ученые, в частности А.Н. Колмогоров [1], А.В. Скороход [2], Б.В. Гнеденко [3], В.Н. Тутубалин [4] и др., осторожно подходили к вопросу статистической устойчивости, допуская, что в некоторых случаях реальные физические явления этим свойством могут не обладать.

Целый ряд данных указывает на то, что статистическая устойчивость имеет место лишь на относительно небольших временных, пространственных и пространственно-временных интервалах наблюдения. В целом же *реальные физические явления статистически неустойчивы*. На основе такого предположения автором была разработана физико-математическая теория гиперслучайных явлений [5].

Физическая часть новой теории опирается на *гипотезу статистической неустойчивости* физических явлений и *гипотезу гиперслучайного устройства мира*, означающей, что гипотеза статистической неустойчивости выполняется повсеместно и мир адекватно описывается гиперслучайными моделями, учитывающими как статистически устойчивые, так и статистически неустойчивые, составляющие.

Для выяснения обоснованности выдвинутых гипотез был проведен ряд экспериментальных исследований по выявлению нарушений статистической устойчивости физических величин, в частности статистической устойчивости напряжения городской электросети [6] и параметров волнения моря [7]. Было обнаружено, что при длительном наблюдении напряжение сети, а также период следования и высота морских волн статистически неустойчивы.

Предлагаемый доклад развивает исследования нарушений статистической устойчивости. Цель доклада – познакомить с методикой оценки статистической устойчивости физических явлений и результатами экспериментальных исследований нарушений статистической устойчивости магнитного поля Земли.

2. Методика оценки нарушений статистической устойчивости физических явлений

Под *статистически устойчивой (статистически стабильной)* последовательностью понимается [6] последовательность, для которой при устремлении объема выборки N к бесконечности математическое ожидание выборочной дисперсии

$$\bar{D}_{Y_N} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (Y_n - \bar{m}_{Y_N})^2 \quad \text{флуктуации выборочного среднего} \quad Y_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \quad (n = \overline{1, N})$$

стремится к нулю, где $\bar{m}_{Y_N} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N Y_n$ – выборочное среднее флуктуации среднего.

Последовательности, не удовлетворяющие этому условию, считаются статистически

неустойчивыми. Аналогично определяется понятие статистической устойчивости случайного процесса.

В соответствии с теоремой Чебышева, касающейся закона больших чисел [3], для последовательности $X_1, X_2, \dots$ попарно независимых случайных величин, имеющих конечные дисперсии и математические ожидания $m_{x_1}, m_{x_2}, \dots$, при устремлении N к

бесконечности выборочное среднее $Y_N = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N X_n$ стремится по вероятности к среднему

$$m_{y_N} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N m_{x_n} \text{ их математических ожиданий } m_{x_1}, m_{x_2}, \dots$$

Для случайных последовательностей, обладающих свойством статистической устойчивости, выборочное среднее и среднее математических ожиданий сходятся к фиксированной величине, а не обладающих таким свойством – синхронно флуктуируют или синхронно стремятся к бесконечности [6]. Статистически неустойчивые процессы – особый класс нестационарных процессов.

Установить факт статистической устойчивости или неустойчивости реальной последовательности ограниченного объема или реального процесса ограниченной длительности принципиально невозможно, поскольку для установления этого факта последовательность или процесс должны быть бесконечными. В качестве качественной оценки статистической устойчивости на конечном интервале наблюдения могут служить тенденции стабилизации уровня выборочного среднего при увеличении объема обрабатываемых данных или стабилизации уровня математического ожидания среднего.

Параметрами, количественно характеризующими статистическую неустойчивость на конечном интервале наблюдения, могут служить [6, 7] параметры статистической

неустойчивости выборочного среднего $\Gamma_{1N} = \frac{M[\bar{D}_{y_N}]}{ND_{y_N}}$ и статистической неустойчивости

среднего математических ожиданий $\Gamma_{2N} = \frac{\bar{D}_{m_{y_N}}}{ND_{y_N}}$, где $M[\square]$ – оператор математического

ожидания, N – объем выборки, $D_{y_N} = \frac{1}{N^2} \sum_{n=1}^N D_{x_n}$ – дисперсия выборочного среднего, D_{x_n}

– дисперсия случайной величины X_n , $\bar{D}_{m_{y_N}} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (m_{y_n} - \bar{m}_{m_{y_N}})^2$ – дисперсия флуктуации

математического ожидания m_{y_n} выборочного среднего, где $\bar{m}_{m_{y_N}} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N m_{y_n}$ – среднее флуктуаций математического ожидания m_{y_n} выборочного среднего.

Для оценки статистической устойчивости более удобны параметры статистической неустойчивости m_{1N} , m_{2N} , связанные с параметрами Γ_{1N} , Γ_{2N} соотношениями

$$m_{1N} = \sqrt{\frac{\Gamma_{1N}}{1 + \Gamma_{1N}}}, \quad m_{2N} = \sqrt{\frac{\Gamma_{2N}}{1 + \Gamma_{2N}}} \quad [7].$$

Чем меньше значения параметров m_{1N} , m_{2N} , тем более устойчива последовательность. Заметим, что при больших временах наблюдения параметры m_{1N} и m_{2N} оказываются примерно одинаковыми ($m_{1N} = m_{2N} = m_N$).

Реальные процессы можно представить в виде статистически устойчивых и статистически неустойчивых составляющих. Величина параметра m_N характеризует примерно процентное содержание в исследуемом процессе статистически неустойчивых

составляющих. По динамике изменения величины этого параметра можно судить об интервалах наблюдения, на которых исследуемый процесс статистически устойчив и на которых он статистически неустойчив.

3. Исследование нарушений статистической устойчивости колебаний магнитного поля Земли

Магнитное поле Земли меняется во времени и пространстве. На протяжении многих лет в различных точках Земли ведется наблюдение за его колебаниями. Такие исследования проводит, в частности, Институт земного магнетизма, ионосферы и распространения радиоволн им. Н.В. Пушкова РАН.

На рис. 1, а, в, д приведены зависимости от времени x , y и z составляющих индукции магнитного поля, построенные на основе данных [8] этого института, на рис. 1, б, г, е – соответствующие зависимости накопленных средних, а на рис. 2 – параметры статистической неустойчивости m_N , рассчитанные по описанной выше методике.

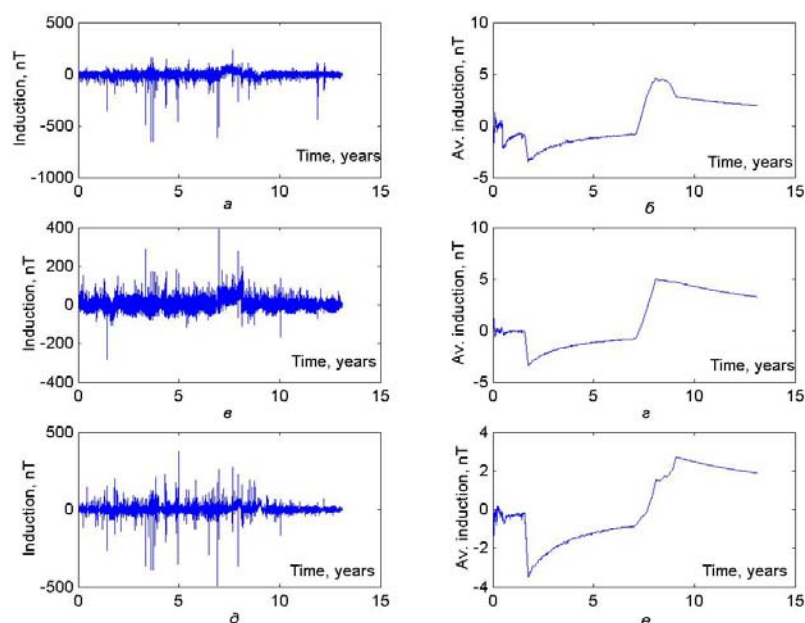


Рис. 1. Изменение x , y и z составляющих индукции магнитного поля (а, в, д) и соответствующих накопленных средних (б, г, е) за 13 лет наблюдения в районе Москвы

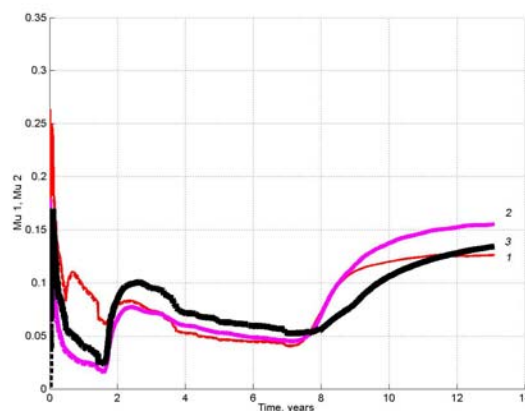


Рис. 2. Изменение во времени значений параметра статистической неустойчивости m_N для x , y и z составляющих индукции магнитного поля (соответственно кривые 1, 2, 3) за 13 лет наблюдения в районе Москвы

Данные регистрировались с интервалом в час. Оценка дисперсии D_{x_n} вычислялась по 64 измерениям.

Анализ рисунков показывает, что в целом магнитное поле Земли статистически неустойчиво, хотя существуют интервалы относительной статистической устойчивости. Длительность этих интервалов носит нерегулярный характер и колеблется от нескольких месяцев до нескольких лет. Это означает, что статистический прогноз индукции магнитного поля свыше нескольких месяцев проблематичен, а свыше нескольких лет – практически невозможен.

4. Выводы

1. Описана методика оценки статистической устойчивости физических явлений, основанная на расчете параметра статистической неустойчивости m_N . По величине этого параметра можно судить о процентном содержании в исследуемом процессе статистически неустойчивых составляющих, а по динамике изменения его величины – определять интервалы наблюдения, на которых исследуемый процесс можно считать статистически устойчивым.

2. Исследованы нарушения статистической устойчивости колебаний магнитного поля Земли в районе Москвы. Показано, что на интервале времени свыше нескольких месяцев статистический прогноз индукции магнитного поля проблематичен, а свыше нескольких лет – практически невозможен.

Литература

1. Колмогоров А.Н. О логических основаниях теории вероятностей // Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: Наука, 1986. С. 467 – 471.
2. Иваненко В.И., Лабковский В.А. Проблема неопределенности в задачах принятия решения. – К.: Наукова думка, 1990. – 134 с. (предисловие Скорохода А.В.).
3. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей. – М.: Изд-во физ.-мат. литературы, 1961. – 406 с.
4. Тутубалин В.Н. Теория вероятностей. – М.: Из-во Московского университета, 1972. – 230 с.
5. Горбань И.И. Теория гиперслучайных явлений. К.: ИПММС НАН Украины, 2007. – 184 с. (эл версия на сайте <http://ifsc.ualr.edu/jdberleant/intprob/>).
6. Горбань И.И. Нарушение статистической устойчивости физических процессов // Математичні машини і системи. – 2010. – № 1. – С. 171 – 184.
7. Горбань И.И. Эффект статистической неустойчивости в гидрофизике. Тезисы доклада на Десятой Всероссийской конференции «Прикладные технологии гидроакустики и гидрофизики» 25 – 27 мая 2010.
8. Данные о вариации индукции магнитного поля в районе Москвы. Институт земного магнетизма, ионосферы и распространения радиоволн им. Н.В. Пушкова РАН. <http://forecast.izmiran.rssi.ru/bankr.htm>.